

Análisis II (C)

Examen Final (3/3/2006)

Nombre:

L.U.:

Cuatrimestre:

Turno:

Problema I:

Halle todos los $n \in \mathbb{N}$ tales que la siguiente integral sea convergente

$$\int_1^{\infty} x^2 (\operatorname{sen} \frac{1}{x})^{2n} dx$$

Problema II:

Sean $F: A \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, A abierto, una función de clase C^2 , y

$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x_0 \leq x \leq x_1, y_0 \leq y \leq y_1\}$ un rectángulo contenido en A . Calcule

$$\iint_D \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y} dx dy$$

Problema III:

Sea $f(x, y, z) = xe^y + yz$.

- a) Aproxime el cambio experimentado por f si el punto P se desplaza desde $P_0 = (2, 0, 0)$ en línea recta hacia $P_1 = (3, 1, 1)$ una distancia $\Delta s = 0,1$ unidades.
- b) Determine hacia qué punto P_1 debería desplazarse $P_0 = (2, 0, 0)$ para que dicho cambio fuese máximo.

Problema IV:

Sea $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $F(x, y) = x^3 + 2x^2y^3 + y$.

- a) Justifique que existen entornos abiertos $U \subset \mathbb{R}$ de 0 y $V \subset \mathbb{R}$ de 1 y $\varphi: U \rightarrow V$ tal que $\varphi(0) = 1$ y $F(x, \varphi(x)) = 1 \quad \forall x \in U$.
- b) Halle el polinomio de Taylor de orden 2 de φ alrededor de 0.